VALOR EN RIESGO (Value at Risk: VaR)

- El **valor en riesgo** es una pérdida que estamos seguros que no excederá si la cartera actual se mantiene durante un periodo de tiempo determinado.

- El VaR tiene dos parámetros básicos

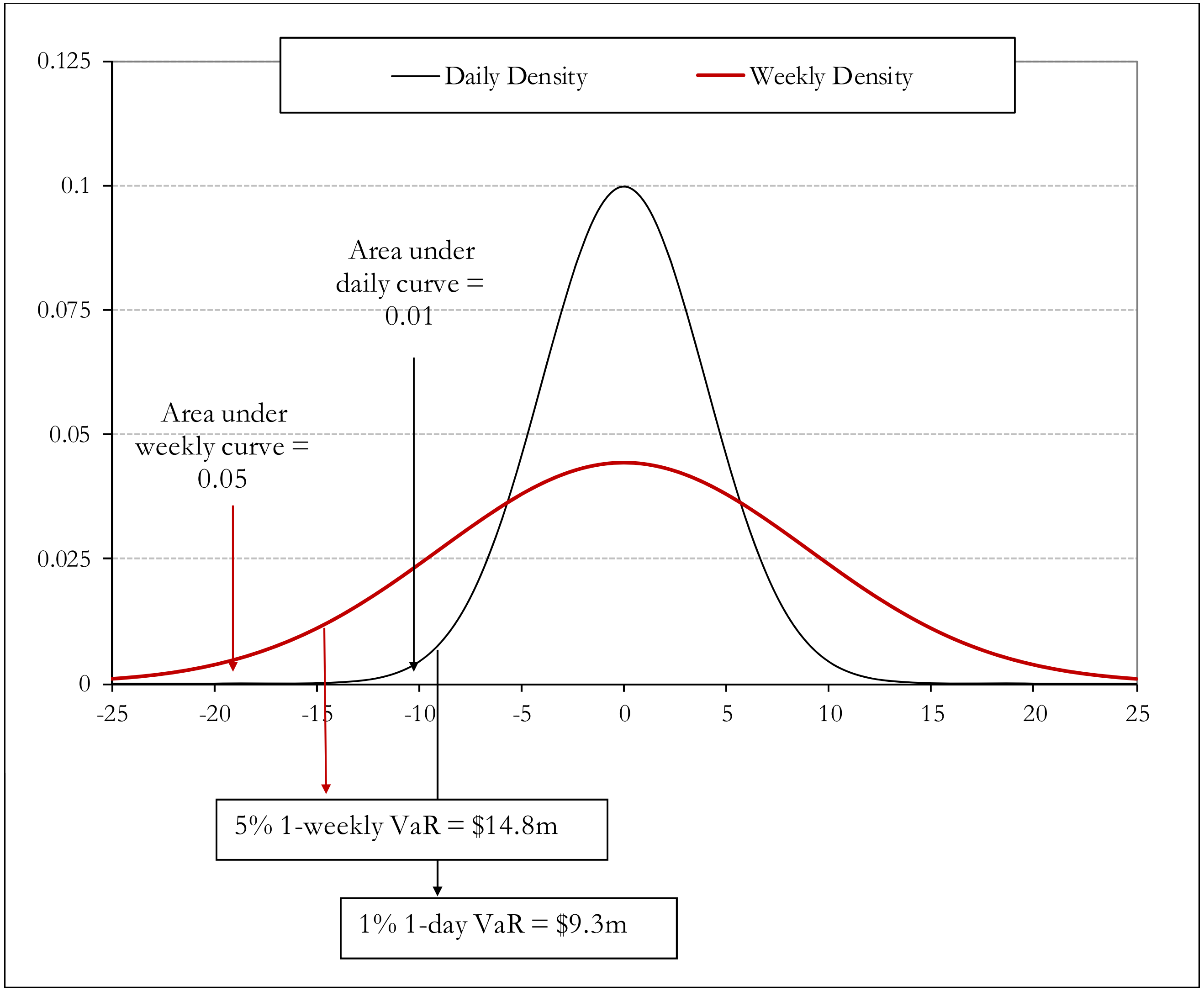
  - El **nivel de significación** α (o nivel de confianza: 1-α)
  - El **horizonte de riesgo**, denotado por *h*, que es el periodo de tiempo (tradicionalmente medido en días de mercado en lugar de días de calendario), sobre el cual el VaR es medido.

- A menudo el nivel de significación es establecido por el Regulador Bancario. Bajo el acuerdo de Basilea II, por ejemplo, los bancos que utilizan modelos VaR internos para evaluar sus requerimientos de capital por riesgo de mercado deberían medirlo al 1% de nivel de significación. En ausencia de regulaciones, el nivel de significación elegido para el VaR depende de la actitud hacia el riesgo del usuario: cuando más averso al riesgo, más bajo es el nivel de significación elegido.

- El horizonte de riesgo es el periodo sobre el cual se mide la pérdida potencial. Riesgos diferentes se evalúan sobre periodos de tiempo diferentes de acuerdo con su liquidez (a más liquedez, menor será el periodo de tiempo sobre el que se calcula el VaR). Por ejemplo, bajo los acuerdos de Basilea sobre regulación bancaria, el VaR es de 10 días.

- El VaR puede utilizarse para evaluar la probabilidad de insolvencia de una compañía, o la probabilidad de default de sus obligaciones. En estos casos el horizonte de riesgo se establece entre 6 y 12 meses.

Ejemplo 1: Supongamos una cartera (en millones de dólares) que tiene un rendimiento esperado igual a cero. La distribución diaria de los rendimientos es una Normal N(0,4); la distribución semanal de tales rendimientos sigue una distribución Normal N(0,9). El VaR a un día con nivel de significación del α% será: {$x : P(X \leq x) = \alpha$} donde $X \sim N(0,4)$. Si α=0.01, entonces x=9.3 millones de dólares, esto es, 9.3 millones de dólares o más son las pérdidas potenciales al 1% de significatividad. El VaR de la cartera a una semana al 5% de significatividad será {$x : P(X \leq x) = 0.05$}=14.8 millones de dólares, donde $X \sim N(0,9)$.



Daily Density
Weekly Density
0.125
0.1
0.075
0.05
0.025
0
-25
-20
-15
-10
-5
0
5
10
15
20
25
Area under daily curve = 0.01
Area under weekly curve = 0.05
5% 1-weekly VaR = $14.8m
1% 1-day VaR = $9.3m

Ejemplo 2: ¿Cuál es el VaR al 10% de significación sobre un horizonte de un año de 2 millones de euros invertidos en un fondo cuyos rendimientos anuales se supone que siguen una distribución normal con media 5% y volatilidad 12%?

La distribución de tal fondo sigue una $N(0.05, 0.12^2)$.

Debemos encontrar $\{x : P(X \le x) = 0.1\}$ **donde** $X \sim N(0.05, 0.12^2)$**:**

$$P(X < x) = 0.1 \Leftrightarrow P\left(Z < \frac{x - 0.05}{0.12}\right) = 0.1, \text{ donde } Z \sim N(0,1).$$

El valor de $z : P(Z < z) = 0.1$ es -1.2816 (en Excel: distr.norm.inv(0.1;0;1).

Por tanto, $\dfrac{x - 0.05}{0.12} = -1.2816 \Rightarrow x = -0.1038$. Por tanto, el VaR del 10% durante un año es el 10.38% del valor de la cartera; con 2 millones de dólares invertidos en la cartera, el VaR es de 207572 dólares.

En resumen, al 90% de confianza no perderemos más de 207572 dólares invirtiendo en este fondo durante un año.

Ejemplo 3.

Un problema de usar datos con una muestra muy larga es que las circunstancias de tal cartera pueden cambiar mucho a lo largo del tiempo. Durante tal periodo de tiempo tal cartera o fondos pueden estar expuestos a burbujas, fluctuaciones estacionales, ….

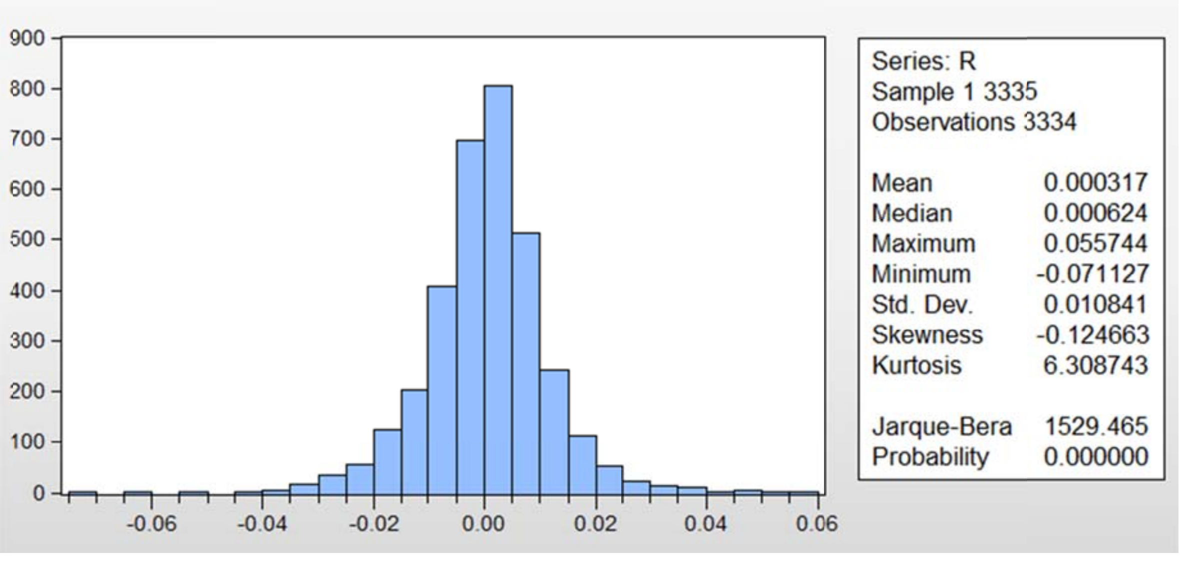
Si queremos estimar el VaR de estos datos y actualmente la volatilidad de tal fondo es muy alta pero fu muy estable en los periodos previos, subestimaremos el VaR de este fondo; por el contrario, si la volatilidad actual es baja pero en los periodos previos fue muy alta, sobre-estimaremos el VaR de este fondo.

Para evitar este problema debemos considerar un método de ponderación de la volatilidad (Duffie and Pan, 1997, ó Hull and White, 1998). Este método consiste en ponderar los rendimientos del fondo en cuestión de tal manera que ajustemos su volatilidad con la volatilidad actual. Para hacer esto debemos obtener estimaciones de la volatilidad para los rendimientos del fondo a lo largo del periodo de análisis. La mejor manera de hacer esto es utilizar un modelo GARCH para hacer tales estimaciones de la volatilidad.

Los rendimientos ajustados se calculan como sigue: $\tilde{r}_{t,T} = \left(\frac{\hat{\sigma}_T}{\hat{\sigma}_t} \right) r_t$, donde T está fijado y t varía con la muestra (t=1,2,…,T), y $\hat{\sigma}_t$ se estiman de un modelo GARCH para los rendimientos.

Usamos datos diarios del logaritmo neperiano del índice S&P500, desde el 2 de enero de 1995 al 31 de marzo de 2008.

Éste es el histograma del rendimiento del índice:



El modelo estimado es:

$$r_t = \mu + \sigma_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

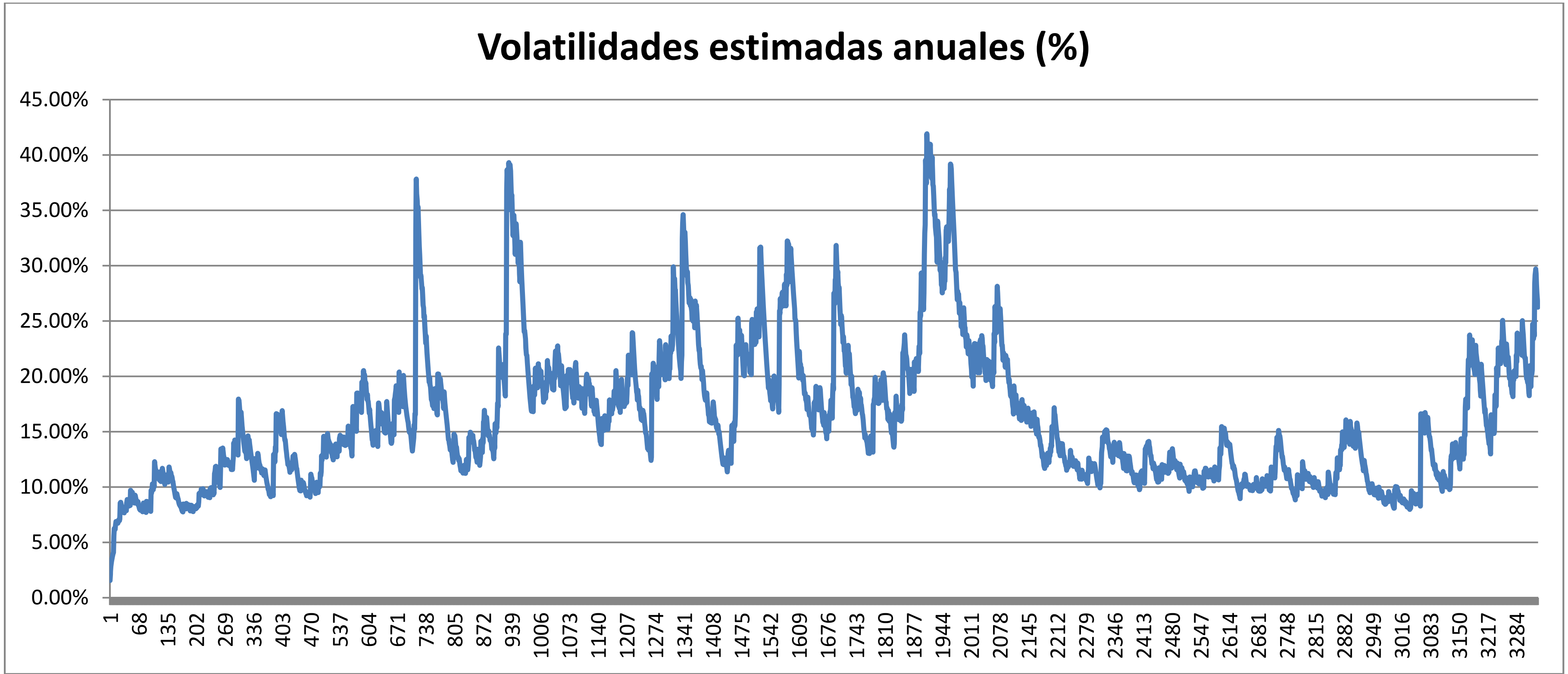
$$\underset{(0.000149)}{\hat{\mu} = 0.000637}, \quad \underset{(0.000000133)}{\hat{\alpha}_0 = 0.000000882}, \quad \underset{(0.005521)}{\hat{\alpha}_1 = 0.06614}, \quad \underset{(0.005993)}{\hat{\beta}_1 = 0.92819}$$

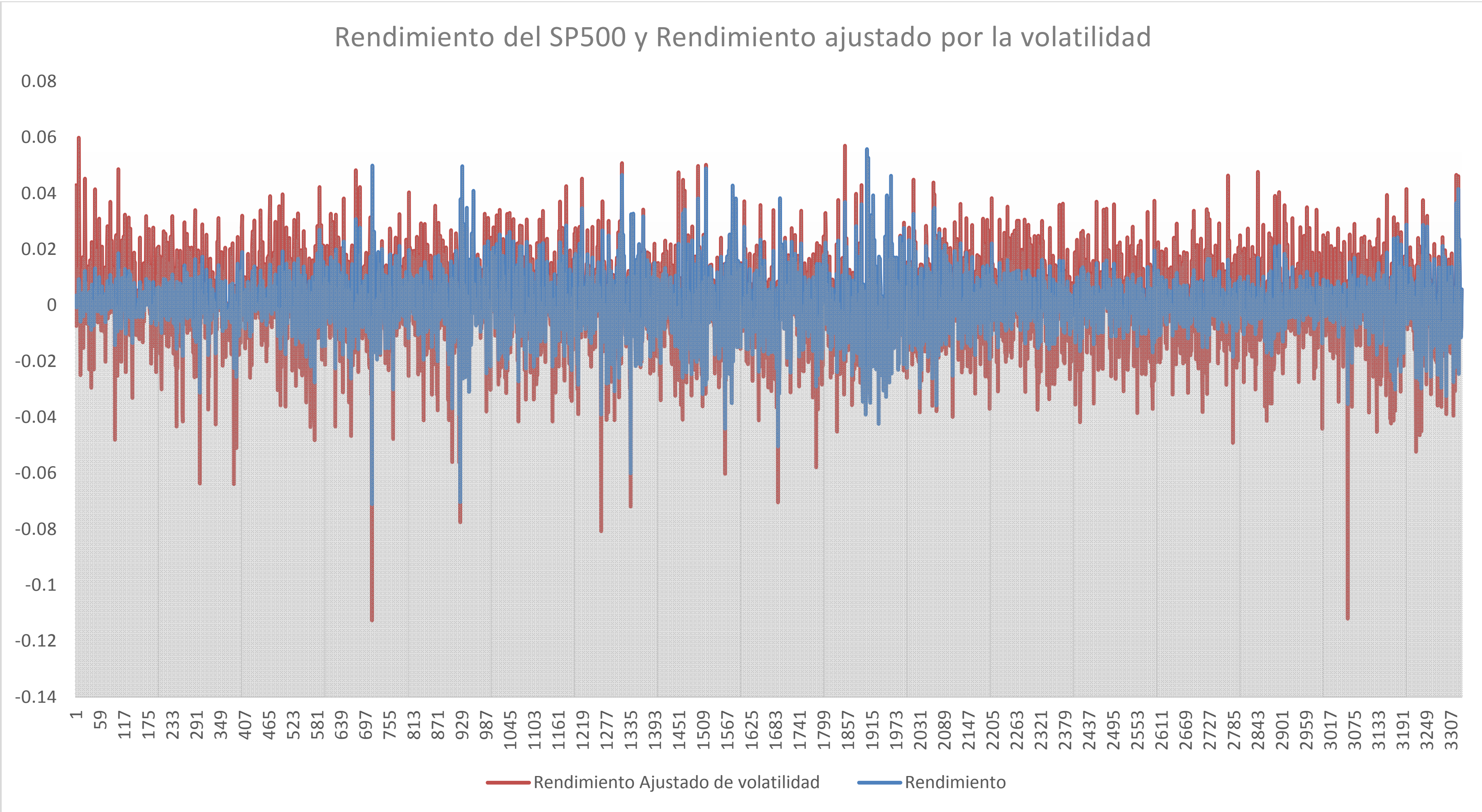
Dependent Variable: R
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution
Date: 11/21/16 Time: 20:38
Sample (adjusted): 2 3335
Included observations: 3334 after adjustments
Convergence achieved after 11 iterations
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000637	0.000149	4.270530	0.0000
		Variance Equation		
C	8.82E-07	1.33E-07	6.613484	0.0000
RESID(-1)^2	0.066140	0.005521	11.97876	0.0000
GARCH(-1)	0.928190	0.005993	154.8819	0.0000

R-squared	-0.000869	Mean dependent var	0.000317
Adjusted R-squared	-0.000869	S.D. dependent var	0.010841
S.E. of regression	0.010845	Akaike info criterion	-6.469378
Sum squared resid	0.392028	Schwarz criterion	-6.462045
Log likelihood	10788.45	Hannan-Quinn criter.	-6.466755
Durbin-Watson stat	2.055749		

Volatilidades estimadas anuales en %




Rendimiento del SP500 y Rendimiento ajustado por la volatilidad
0.08
0.06
0.04
0.02
0
-0.02
-0.04
-0.06
-0.08
-0.1
-0.12
-0.14
1
59
117
175
233
291
349
407
465
523
581
639
697
755
813
871
929
987
1045
1103
1161
1219
1277
1335
1393
1451
1509
1567
1625
1683
1741
1799
1857
1915
1973
2031
2089
2147
2205
2263
2321
2379
2437
2495
2553
2611
2669
2727
2785
2843
2901
2959
3017
3075
3133
3191
3249
3307
Rendimiento Ajustado de volatilidad
Rendimiento

Historical VaR for S&P 500 on 31 March 2008		
Quantile	**Unadjusted**	**Volatility Adjusted GARCH**
0.1%	4.84%	7.57%
1.0%	2.83%	4.13%
5.0%	1.78%	2.67%
10.0%	1.27%	2.05%